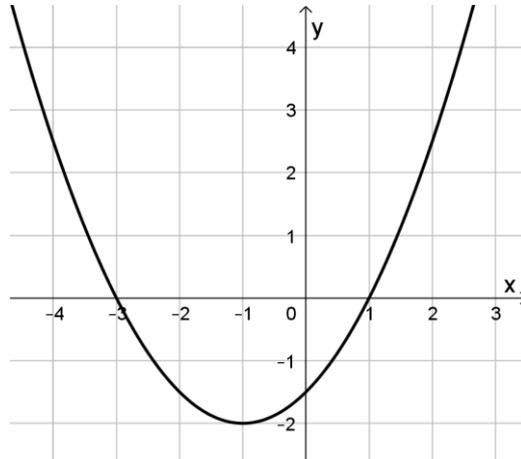




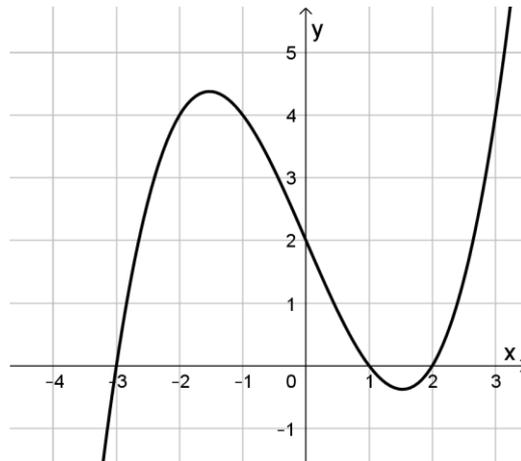
Differenzialquotient Übung

1. Zeichnen Sie die Tangente an der festgelegten Stelle ein und lesen Sie deren Steigung ab.

a) Für $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x+3)$ bei $x_0 = 2$.



b) Für $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x + 2$ bei $x_0 = -1$.



2. Berechnen Sie die Differenzialquotienten folgender Funktionen bei x_0 .

a) $f(x) = x - 5$ für $x_0 = 3$.

b) $f(x) = 2x^2 - 1$ für $x_0 = 1$.

c) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 3$ für $x_0 = 3$.

3. Ermitteln Sie die Steigung der Tangente in den gegebenen Punkten.

a) $f(x) = \frac{1}{6}(x + 2)(x - 3)$ in $P_0(-5; y_0)$

b) $f(x) = x^3 - x + 1$ in $P_0(1; y_0)$

c) $f(x) = -\frac{1}{x-2}$ in $P_0(1; y_0)$

4. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Funktion $f: x \mapsto f(x)$ mit

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{1}{2}$$

bei $x_0 = 2$ und zeichnen Sie den Graphen von f und die Tangente in ein geeignetes Koordinatensystem ein (Wertetabelle im Bereich $-2 \leq x \leq 2,5$ in Schritten von $\Delta x = 0,5$)

Differenzialquotient

Lösung

1.

a) $m_t = 2$

b) $m_t = -\frac{4}{3}$

2.

a) $m_t = 1$

b) $m_t = 4$

c) $m_t = 12$

3.

a) $m_t = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\frac{1}{6}(x+2)(x-3)-4}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\frac{1}{6}(x+5)(x-6)}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{1}{6}(x-6) = -\frac{11}{6}$

b) $m_t = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x+1-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x(x+1) = 2$

c) $m_t = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x-2}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x-1}{x-2}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{1}{x-2} = 1$

4. $m_t = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{1}{2} - 2,5}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{2})(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} = 6.$

$P_0(2; 2,5)$ in $g: y = m_t x + t \Rightarrow g: y = 6x - 9,5$

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	-1,5	-0,125	0,25	0	-0,5	-0,875	-0,75	0,25	2,5	6,375

